

УДК 621.3.11.1

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

д.т.н., проф. Б.Т. Кононов, к.т.н. Ю.А. Кусакин, А.С. Рогозин

*Предложена математическая модель, позволяющая исследовать устойчивость сложной системы электроснабжения и установить причины возникновения лавинообразных процессов падения напряжения и частоты.*

**Постановка проблемы.** В больших системах электроснабжения при неблагоприятном сочетании характеристик, определяющих выработку генерирующей мощности источниками энергии и ее потребление нагрузкой, возможно возникновение так называемых явлений лавины напряжения и лавины частоты. При возникновении лавинообразных явлений система электроснабжения распадается на отдельные, не связанные друг с другом подсистемы, электроснабжение потребителей нарушается и на его восстановление затрачивается значительное время. Примеры нарушения электроснабжения целых государств в последнее время участились. Природу этих явлений, как это было в США и в Великобритании, объясняют неправильной работой средств автоматики энергосистем. Вместе с тем, лавинообразные процессы нарушения электроснабжения имели место и в Югославии и их причиной являлось использование в военных действиях против этой страны нового вида оружия, приводящего к отказам или повреждениям трансформаторов и линий электропередачи. Как и в случае неправильного действия устройств автоматики, так и в случае выхода из строя отдельных элементов, нарушается устойчивость работы системы электроснабжения и для ее восстановления необходимо изучить закономерности изменения мощностей и токов генераторов и двигателей, угловых частот вращения их роторов и углов между ними, выяснить какие меры должны быть предприняты и в какой последовательности они должны проводиться.

**Анализ литературы.** Изучению устойчивости электросистем посвящено большое количество работ. Впервые эта проблема возникла в США в начале 20-х годов XX века, где и были опубликованы первые исследования (В. Буш, Р. Бутц, Б. Робертсон, Р. Догерти, Э. Кларк, К. Найкл, Р. Рюденберг, Ф. Лонглей, Р. Парк). В СССР в 1932 г. была опубликована работа Н.М. Крылова и Н.Н. Боголюбова, анализирующая устойчивость электрических машин. Позднее появляются работы П.С. Жданова, С.А. Лебедева и А.А. Горе-

ва, основанные на результатах исследования устойчивости, выполненных А.М. Ляпуновым [1]. После второй мировой войны вопросы улучшения устойчивости энергосистем рассматривались Ч.И. Конкордия, Г. Кроном, Л.В. Цукерпиком, М.М. Ботвинником, И.А. Сыромятниковым, Л.Г. Мамакиным, И.М. Марковичем, С.А. Соваловым, И.Д. Урусовым. В наиболее концентрированном виде изложение результатов исследований этих и других ученых, а также изложение результатов собственных исследований приведено в работах П.С. Жданова, В.А. Веникова, В.Ф. Шинкаренко [2 – 4], в которых рассматривались как режимные мероприятия, связанные с действием автоматической частотной разгрузки энергосистем, синхронным и несинхронным автоматическим повторным включением и автоматическим включением резерва, автоматическим регулированием возбуждения и его форсировкой, применением асинхронного хода, так и с конструктивными изменениями параметров генераторов, трансформаторов и линий электропередачи.

В США мероприятиям режимного плана уделялось несколько меньшее внимание, поскольку там предпочтение отдавалось усилению связей отдельных энергосистем и созданию резерва мощности, т.е. мероприятиям, требующим существенных капиталовложений.

**Цель статьи.** Разработать математическую модель, позволяющую исследовать процессы развития лавины напряжения и лавины частоты в системе электроснабжения, вызванные различными причинами.

**Основной материал.** Рассмотрим условия работы системы, показанной на рис. 1 и состоящей из синхронных генераторов  $G_1$  и  $G_2$ , вращающихся с угловыми частотами вращения  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , и обеспечивающих питание асинхронного двигателя  $M$  и

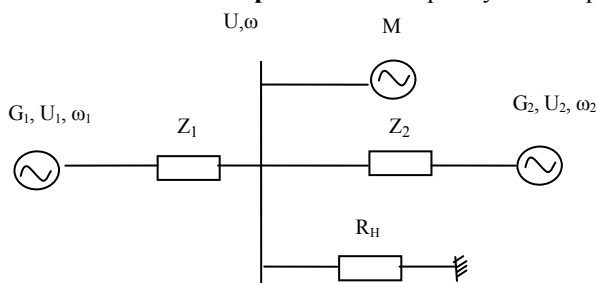


Рис. 1. Схема системы электроснабжения и активной нагрузки  $R_H$ . Линии, связывающие источники энергии и потребители, имеют сопротивление  $Z_1$  и  $Z_2$ .

Для исследования устойчивости рассматриваемой системы, являющейся аналогом большой системы, составим ее математическую модель. Процессы, происходящие в электрических машинах, будем моделировать, используя для этого уравнения равновесия напряжений и вращающих моментов. Для генераторов  $G_1$  и  $G_2$  уравнения равновесия напряжений запишем в матричной форме

$$\|U_i\| = \|r_i\| \cdot \|I_i\| + \frac{d\|\psi_i\|}{dt} + \|\omega_i\| \cdot \|\psi_i\|; \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где матрицы напряжений, сопротивлений, токов, потокосцеплений и угловых частот вращения имеют вид:

$$\|U_i\| = \begin{vmatrix} -U_{di} \\ -U_{qi} \\ U_{fi} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad \|r_i\| = \begin{vmatrix} r_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{fi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{ri} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{ri} \end{vmatrix}; \quad \|I_i\| = \begin{vmatrix} I_{di} \\ I_{qi} \\ I_{fi} \\ I_{rdi} \\ I_{rqi} \end{vmatrix};$$

$$\|\psi_i\| = \begin{vmatrix} \psi_{di} \\ \psi_{qi} \\ \psi_{fi} \\ \psi_{rdi} \\ \psi_{rqi} \end{vmatrix}; \quad \|\omega_i\| = \begin{vmatrix} 0 & \omega & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

В (1) приняты следующие обозначения: статорные контура представлены напряжениями  $U_{di}, U_{qi}$ , токами  $I_{di}, I_{qi}$  потокосцеплениями  $\psi_{di}, \psi_{qi}$ , сопротивлениями  $r_i$ ; контур возбуждения представлен величинами  $U_{fi}, I_{fi}, \psi_{fi} r_{fi}$ , а успокоительные контуры представлены величинами  $I_{rdi}, I_{rqi}, \psi_{rdi}, \psi_{rqi}, r_{ri}$ .

Асинхронный двигатель представим следующими уравнениями равновесия напряжений:

$$\begin{aligned} U_d &= r_{дв} I_{dдв} + \frac{d\psi_{dдв}}{dt} + \omega \psi_{qдв}; \\ U_q &= r_{дв} I_{qдв} + \frac{d\psi_{qдв}}{dt} - \omega \psi_{dдв}; \\ 0 &= r_{гдв} I_{гдв} + \frac{d\psi_{гдв}}{dt} + (\omega - \omega_g) \psi_{гqдв}; \\ 0 &= r_{гдв} I_{гqдв} + \frac{d\psi_{гqдв}}{dt} - (\omega - \omega_g) \psi_{гдв}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega_g$  – угловая частота вращения ротора двигателя;  $U_d, U_q$  – проекции на оси d и q напряжения на шинах;  $I_{dдв}, I_{qдв}, I_{гдв}, I_{гqдв}, \psi_{dдв}, \psi_{qдв}, \psi_{гдв}, \psi_{гqдв}$  – токи и потокосцепления статорных и роторных контуров двигателя.

Уравнения равновесия напряжений дополним уравнениями связи между нагрузкой и первой и второй генерирующими системами. Соответствующие уравнения запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} U_{di} - U_d &= r_i I_{di} - x_i I_{qi}; \\ U_{qi} - U_q &= r_i I_{qi} + x_i I_{di}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $r_i, x_i$  – активные и реактивные составляющие сопротивлений связи  $Z_i$ .

В общем случае угловые частоты вращений роторов генераторов первой и второй систем могут не совпадать, т.е.  $\omega_1 \neq \omega_2$ , и, в связи с этим, угол  $\delta$  между координатными осями  $d$  и  $q$  двух связанных между собою систем зависит от разности их угловых частот и изменяется во времени. При составлении уравнений модели учтем это обстоятельство и уравнения равновесия напряжений представим в общей системе координат. Для перехода к общей системе координат используем матрицы прямого и обратного преобразования координат  $\|C\|$  и  $\|C_t\|$ , имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned} \|C_i\| &= \begin{vmatrix} \cos \delta_i & \sin \delta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \delta_i & \cos \delta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta_i & \sin \delta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \delta_i & \cos \delta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \delta_i & \sin \delta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \delta_i & \cos \delta_i \end{vmatrix}; \\ \|C_{it}\| &= \begin{vmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta_i & -\sin \delta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \delta_i & \cos \delta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \delta_i & -\sin \delta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

Если в качестве общих координатных осей использовать оси  $d$  и  $q$ , вращающиеся с угловой частотой, равной частоте  $\omega$ , то углы  $\delta_i$  между координатными осями  $d_i$  и  $q_i$  определяются из выражения

$$\delta_i(t) = \int_0^t \omega_{si} dt + \delta_{oi}. \quad (5)$$

Для перехода к новой системе координат следует использовать формулы прямого и обратного перехода:

$$\begin{aligned}\|U_{Hi}\| &= \|C_i\| \cdot \|U_i\|; \\ \|U_i\| &= \|C_{it}\| \cdot \|U_{Hi}\|.\end{aligned}\quad (6)$$

Используя (6), представим (1) в виде

$$\|U_{Hi}\| = \|C_i\| \cdot \|r_i\| \cdot \|C_{it}\| \cdot \|I_i\| + \|C_i\| \cdot \|C_{it}\| \cdot \frac{d\|\psi_i\|}{dt} + \|C_i\| \cdot \frac{d\|C_{it}\|}{dt} \cdot \|\psi_{Hi}\| + \|\omega_i\| \cdot \|C_{it}\| \cdot \|\psi_{Hi}\|. \quad (7)$$

Между потокосцеплениями и токами, входящими в систему дифференциальных уравнений (7), существует вполне определенная связь

$$\|\psi_i\| = \|x_i\| \cdot \|I_i\|, \quad (8)$$

где матрица реактивных сопротивлений  $\|x_i\|$  имеет следующий вид

$$\|x_i\| = \begin{vmatrix} x_d & 0 & x_{ad} & x_{ad} & 0 \\ 0 & x_q & 0 & 0 & x_{aq} \\ x_{ad} & 0 & x_f & x_{ad} & 0 \\ x_{ad} & 0 & x_{ad} & x_{rd} & 0 \\ 0 & x_{aq} & 0 & 0 & x_{rq} \end{vmatrix}.$$

Для уменьшения числа переменных в (7) выразим токи через потокосцепления, используя для этого матрицу  $\|x_i\|^{-1}$ , обратную матрице  $\|x_i\|$ . Это позволит представить (7) следующим образом:

$$\|U_{Hi}\| = \|A(\delta_i)\| \cdot \|\psi_i\| + \|E\| \cdot \frac{d\|\psi_i\|}{dt}, \quad (9)$$

где  $\|A(\delta_i)\| = \|C_i\| \cdot \|r_i\| \cdot \|C_{it}\| \cdot \|x_i\|^{-1} + \|C_i\| \cdot \frac{d\|C_{it}\|}{dt} + \|\omega_i\| \cdot \|C_{it}\|$ ;

$$\|E\| = \|C_i\| \cdot \|C_{it}\| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} - \text{единичная матрица}.$$

Для определения характера изменения угловой частоты вращения воспользуемся уравнением равновесия моментов.

Будем считать, что движущий момент создается генерирующими агрегатами, а момент сопротивления определяется нагрузкой. Исходя из изложенного и введя понятие эквивалентной постоянной инерции системы  $H_{\text{экв}}$ , получим условие в виде

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^2 (\psi_{qHi} I_{dHi} - \psi_{dHi} I_{qHi}) - (\psi_{qdB} I_{d dB} - \psi_{d dB} I_{q dB})}{H_{\text{экв}}}. \quad (10)$$

Эквивалентная постоянная инерции системы  $H_{\text{экв}}$  равна сумме постоянных инерции отдельных агрегатов, приведенных к базисной мощности.

Умножив и разделив левую часть (10) на  $\frac{d\delta}{dt}$  и учитывая  $\frac{d\delta}{dt} = \omega$ , получим

$$\omega d\omega = d\delta \frac{\sum_{i=1}^2 (\psi_{qHi} I_{dHi} - \psi_{dHi} I_{qHi}) - (\psi_{qdB} I_{d dB} - \psi_{d dB} I_{q dB})}{H_{\text{экв}}}. \quad (11)$$

Интегрируя левую часть уравнения (11) от 0 до  $\omega_s$ , а правую часть этого уравнения от  $\delta = 0$  до  $\delta = \pi$ , определим угловую скорость скольжения  $\omega_s$  при которой возможен проворот роторов на угол  $\delta$ , равный  $\pi$ , т.е. найдем условие возникновения асинхронного хода

$$\omega_s \geq \sqrt{\frac{\int_0^{\pi} 2 \left[ \sum_{i=1}^2 (\psi_{qHi} I_{dHi} - \psi_{dHi} I_{qHi}) - (\psi_{qdB} I_{d dB} - \psi_{d dB} I_{q dB}) \right] d\delta}{H_{\text{экв}}}}. \quad (12)$$

При повороте роторов генерирующих агрегатов на угол  $\delta$ , равный  $180^\circ$ , в электрическом центре системы напряжение может снижаться практически до нуля, а возникающие колебания напряжений, свойственные режиму асинхронного хода, будут вызывать неправильные срабатывания дистанционной защиты, установки срабатывания которой, измеряющие эквивалентное сопротивление линии  $Z_i = U/I_i$ , будут фиксировать мнимое короткое замыкание и отключать электрический центр системы от генерирующих агрегатов. Асинхронный ход и неприятности, присущие этому режиму, может возникнуть, если разница угловых частот вращения  $\omega_2 - \omega_1$  превысит значение, найденное с помощью соотношения (12).

Уравнения (2, 3, 5, 9, 12) образуют математическую модель, с помощью которой возможно исследовать устойчивость системы электроснабжения в лавинообразных процессах изменения напряжения и частоты.

Кроме рассмотренного режима асинхронного хода лавинообразные процессы могут иметь место при потере возбуждения генерирующими агрегатами. Предложенная модель позволит провести исследование и этого режима, исходя из того, что при потере возбуждения в уравнении (9) следует считать, что  $U_{\text{н}} = 0$ . Если возбуждение отсутствует у генератора достаточно большой мощности, то появляющееся при этом скольжение может превысить допустимое из условия (12) значение и возникнет режим асинхронного хода со всеми вытекающими из этого последствиями. Лавинообразные процессы могут также иметь место при дефиците генерирующей мощности, когда потребляемая активная нагрузка резко возрастает.

**Выводы.** 1. Разработанная математическая модель позволяет исследовать устойчивость системы электроснабжения с несколькими генерирующими агрегатами.

2. Найдено условие возникновения в системе электроснабжения режима асинхронного хода и объяснены причины, порождающие лавинообразные процессы уменьшения напряжения и частоты.

3. Показано, что одной из возможных причин, усугубляющих действие асинхронных режимов, является ложное срабатывание дистанционных защит, приводящее к полному отключению электрического центра системы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ляпунов А.М. *Собрание сочинений. Т. 2.* – М.: АН СССР, 1956. – 543 с.
2. Жданов П.С. *Устойчивость электрических систем.* – М.: Госэнергоиздат, 1948. – 399 с.
3. Веников В.А. *Переходные электромеханические процессы в электрических системах.* – М.: Высш. шк., 1970. – 472 с.
4. Шинкаренко В.Ф. *Основи теорії еволюції електромеханічних систем.* – К.: Наук. думка, 2002. – 285 с.

Поступила 24.01.2004

**КОНОНОВ Борис Тимофеевич**, доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры ХВУ. В 1962 году окончил Львовский политехнический институт. Область научных интересов – электроснабжение.

**КУСАКИН Юрий Александрович**, канд. техн. наук, начальник факультета ХВУ, в 1985 году окончил ХВВКИУ РВ им. Маршала Советского союза Крылова Н.И. Область научных интересов – электроснабжение.

**РОГОЗИН Анатолий Сергеевич**, адъюнкт ХВУ. В 1995 году окончил ХВУ. Область научных интересов – электроснабжение.